リーマン距離に基づく慣性運動メジャー

○関本 昌紘 *，有本 卓 *,†，川村 貞夫 *
*立命館大学，†理研

An Inertia-Induced Movement Measure Based on Riemannian Distance

○ Masahiro SEKIMOTO*, Suguru ARIMOTO*,†, and Sadao KAWAMURA*
*Department of Robotics, Ritsumeikan University, †RIKEN

Abstract: Two types of scales based on a Riemannian distance for measuring closeness of movements of a multi-body system according to inertia-originated movements are proposed. The Riemannian distance is the minimum length of a curve called "geodesic" from one pose to another on the Riemannian manifold, which reflects a movement of the system affected only by the inertia-originated forces. It is shown through computer simulations that the activity level (the controlled level) during movement is quantitatively expressible with the scales.

1. はじめに

近年，地球温暖化防止や既存資源保存のため，地球規模で省エネルギー化に向けた取り組みが行われている．特に，自動車産業では，昨今のガソリン高騰への対策から，数々の取り組みが積極的に試みられている．その中に，AT 車において，走行時にアクセルペダルから足を離すと自動的にニュートラルへ切り替わる装置が開発され，慣性を積極的に利用することで，10〜20%の燃費向上を実現している．

ロボティクスでも，効率化の観点では，評価関数を最適にする運動計画手法が，これまでに数多く研究されてきた[1]．しかし，これらの手法は，タスク依存（タスクに応じて運動が決まる），さらには座標系依存（手先躍度最小と関節躍度最小の違いなど）しており，より普遍的な，すなわち，タスクフリー・座標系フリーな評価法は明に示されてこなかった．慣性運動はこの普遍的な評価法の一例に挙げられるが，ロボティクス研究では，多関節系の運動制御においてシステムの備え持つ動力学特性を最大限に活用することを目的とした研究は数少ない．そもそも，リンクが関節によって繋がれ，それらが連なる構造を取るロボットの自由運動（慣性誘発運動）をどのように捉えるべきか，といった基本的なことすら明確には示されていない．質点系の慣性運動では，ユークリッド距離が強力な数学ツールとなる．そこで，本稿は，多関節構造からなるロボットの慣性誘発運動を考える際，どのような距離の導入が妥当か，といった問題に焦点を当てる．

これまで，**Fig.**1 に示すような n 自由度からなる多関節ロボットにおいて，そのすべての取りうる姿勢の集合が，ロボットの慣性行列からなるリーマン計量 g に関連したリーマン多様体 (M, g) としてみなせることが示された[2]．そして，そのリーマン多様体上の任意の 2 地点（姿勢）を結ぶ測地線は，局所座標チャート上で表され，慣性力のみに由来するロボットの運動方程式の解軌道に対応することも示された[3]．また，リーマン多様体上では曲線の長さを測ることができる．特に，この多様体上 2 姿勢間において曲線の長さを最小にするものはリーマン距離と呼ばれ，距離の公理系を満足する．

本稿では，多関節系の慣性行列からなるリーマン距離に基づき，多関節運動のある区間における慣性運動の度合いを計るメジャーを提案する．平面内を動く 2 関節アームのシミュレーションにおいて，適当な関節トルクが与えられたときの運動を，提案する慣性運動メジャーを用いて計測する．このメジャーが，多関節系の慣性誘発運動の度合いを定量的に表し得ることを示す．

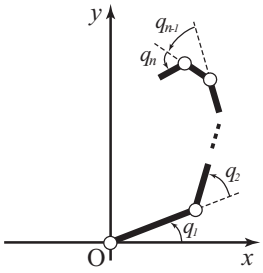


Fig.1 Planar movements by a robot arm with n DOFs.

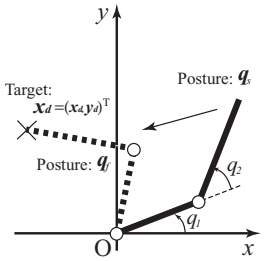


Fig.2 Planar movements by a robot arm with two DOFs.

2. リーマン距離と多関節系の慣性誘発運動

多関節運動の一例として，**Fig.**1 に示す平面内を動く n 自由度多関節アームの運動を考える．ここでは，重力の影響は受けないものとする．一般的に，このようなシステムのラグランジュの運動方程式は，

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \left\{\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{H}}(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{S}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\right\}\dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{u} \tag{1}$$

と記述される[4]．ここで，$\boldsymbol{q} \in \Re^n$ はアームの関節角度ベクトル，$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{q}) \in \Re^{n\times n}$ は慣性行列，$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) \in \Re^{n\times n}$ は歪対称行列，$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}}$ は遠心・コリオリ力に関する項，$\boldsymbol{u} \in \Re^n$ は関節への入力トルクを表す．

一方，リーマン幾何学では，n 次元多様体 M の各点 p での接空間 T_pM 上に内積，すなわち正定値対称 2 次形式 $g_p : T_pM \times T_pM \to R$ が与えられ，対応 $p \to g_p$ が C^∞ 級であるとき，$g = \{g_p\}$ を M 上のリーマン計量という[5]．つまり，開集合 U 上に局所座標系 $\phi = (x^1, \ldots, x^n)$ が与えられるとき，二つの接ベクトル $u, v \in T_pM$ から，

$$g_p(u, v) = \sum_{i,j=1}^{n} g_{ij}(p)u^i v^j \tag{2}$$

を得る．ここに，$g_{ij}(p) = g((\partial/\partial x^i)_p, (\partial/\partial x^j)_p)$ であり，$[g_{ij}(p)]$ 行列は正定対称となる．

さらに，リーマン計量 g の与えられた可微分多様体 M をリーマン多様体と呼び，(M, g) と表される．この多様体 M 上では曲線の長さを測ることができ，M 内の C^∞ 級曲線 $q(t)$ $(a \le t \le b)$ に対して，その曲線の長さ $L(q)$ を

$$L(q) = \int_a^b \sqrt{\sum_{i,j=1}^{n} g_{ij}(q(t))\dot{q}_i(t)\dot{q}_j(t)}\ \mathrm{d}t \tag{3}$$

SY0015/08/0000 - 1199 © 2008 SICE

と定義できる．このとき，$q(a) = \boldsymbol{q}_s$，$q(b) = \boldsymbol{q}_f$ を満たす $q(t)$ の中で，$L(q)$ の値が最小になるものをリーマン距離と呼ぶ．さらに，このときの軌道（測地線）は，$q(a) = \boldsymbol{q}_s$，$q(b) = \boldsymbol{q}_f$ のもとで，

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}q^k(t) + \sum_{i,j=1}^{n} \Gamma_{ij}^k(q(t))\frac{\mathrm{d}q^i(t)}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}q^j(t)}{\mathrm{d}t} = 0 \qquad (4)$$

を 2 点境界値問題として解くことで求められる．ここに，Γ_{ij}^k は，リーマン計量 g の局所座標系に関するクリストッフェル記号である．

さてここで，(2) 式右辺の g_{ij} に，多関節系の慣性行列 h_{ij} を選ぶ（$\boldsymbol{H} = [h_{ij}]$）．すると，多関節系の取りうる姿勢すべての集合は，リーマン多様体とみなせる [2]．すると，(4) 式で表される測地線は，力学的には，多関節系の運動方程式（(1) 式）において制御入力が無い（$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{0}$）ときの運動を表す．つまり，リーマン距離を満足するときの運動とは，多関節系が慣性力のみによって動いているときの運動を意味する [3]．

3. 慣性運動メジャー

前節より，慣性行列からなるリーマン距離は，力学的には，2 姿勢間の多関節系の慣性誘発運動に対応する．それゆえ，(3) 式の値がリーマン距離から離れている際には，その運動は慣性運動からほど遠いと解釈できる．つまり，運動中のある 2 区間において，その区間での運動を (3) 式により測り，その値をリーマン距離と比較することにより，そのときの運動が多関節系の慣性誘発運動に近いか遠いかを定量的に判別できる．そこで今回，慣性誘発運動の度合いを計測する 2 種類のメジャーを

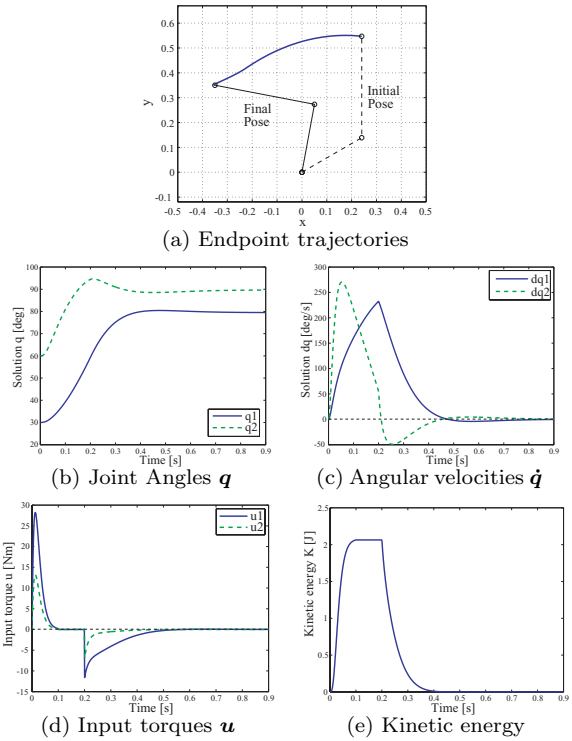
$$\begin{cases} \text{(a) } \Delta R = R - R_d \\ \text{(b) } \Delta \bar{R} = (R - R_d)/R_d \end{cases} \qquad (5)$$

のように定義し，これらを慣性運動メジャーと呼ぶことにする．ここに，R は 2 姿勢間の (3) 式による長さ（実際の運動を計ったもの），R_d はリーマン距離（(4) 式について 2 点境界値問題を解いた際の解軌道 $(\boldsymbol{q}_0(t), \dot{\boldsymbol{q}}_0(t))$ を (3) 式に入れて計算したもの）を表す．リーマン距離は 2 姿勢間の姿勢のみで値が決まり，2 姿勢間の移動に要する時間には依存しない．そのため，運動中の適当な 2 姿勢を選べば，リーマン距離は一意に決まる．(5) 式において，(a) はリーマン距離からの単純な差を見たもの，(b) はその差をリーマン距離で正規化したものである．

提案する慣性運動メジャーの有効性を確認するために，**Fig.**2 に示す平面内を動く 2 関節アーム（人間の腕相当）のシミュレーションにおいて，適当な関節トルクが与えられたときの運動を，提案するメジャーにより計測する．今回，計測する参照運動は，**Fig.**3 の運動とした．この運動では，0.1〜0.2[s] の間は，入力は無し（$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{0}$）とした．得られたデータを元に，慣性運動メジャーによる計測を行った．今回，0.9[s] の運動に対してこの時間を 30 分割し，それぞれの区間において，慣性運動度合いを調べた．その結果が **Fig.**4 である．**Fig.**4 では，制御入力のない 0.1〜0.2[s] の間は慣性運動をしているので，その間は計測値がゼロになっている．一方，運動開始直後，0.2[s] 付近，0.5[s] 付近では，制御入力が効いているため，それぞれの時刻でのメジャー値は大きくなっている．

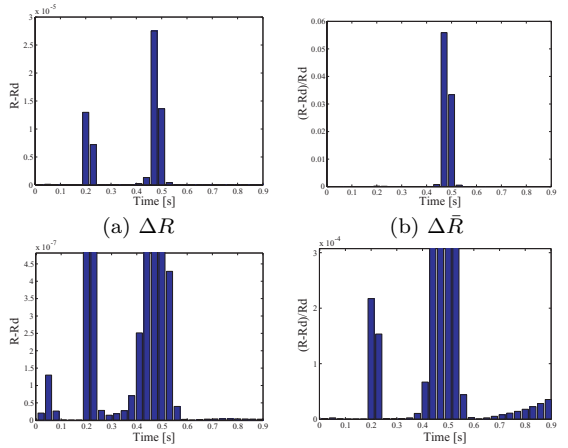
4. おわりに

慣性運動メジャーを提案し，その有効性について確認した．慣性運動メジャーは運動制御が効いているときほど大きな値を取り，逆に，慣性運動時には小さく判定される．それゆえ，慣性運動メジャーは，多関節系の慣性誘発運動を利用したロボットの運動計画を行う上で必要不可欠なツールとなる．また，このメジャーは，運動中，制御が特に効いている箇所で大きな値を取るので，生体運動計測への応用も可能である．つまり，運動制御が積極的な箇所でメジャーは大きな値を，逆に慣性に任せた運動時には小さいな値を取ることから，運動中に力を入れる箇所（運動のコツ）といったものを定量的に示せるものと考える．



(a) Endpoint trajectories
(b) Joint Angles $\boldsymbol{q}$
(c) Angular velocities $\dot{\boldsymbol{q}}$
(d) Input torques $\boldsymbol{u}$
(e) Kinetic energy

Fig.3 Transient responses of a movement by the planar arm with two DOFs



(a) ΔR
(b) $\Delta \bar{R}$
(c) ΔR (Enlargement)
(d) $\Delta \bar{R}$ (Enlargement)

Fig.4 Measured values by the two-types of measurements

謝辞　本研究は科研費若手研究（B）(課題番号：20760175) の助成を受けたものである．

参考文献

1) Y. Nakamura, *Advanced Robotics: Redundancy and Optimization*, Addison-Wesley, Reading, MA, 1991.
2) 有本卓，“ロボティクスと脳科学”，計測と制御, Vol. 46, No. 10, pp. 765–771, 2007.
3) M. Sekimoto, S. Arimoto, S. Kawamura, and J.-H. Bae, “Skilled-motion plannings of multi-body systems based upon Riemannian distance”, *Proc. of ICRA2008*, Pasadena, California, May 19-23 2008.
4) S. Arimoto, *Control Theory of Non-linear Mechanical Systems: A Passivity-based and Circuit-theoretic Approach*, Oxford Univ. Press, Oxford, UK, 1996.
5) J. Jost, *Riemannian Geometry and Geometric Analysis*, Springer, Berlin, 2002.